Formulario.

- Ecuación lineal $y'(x)+P(x)y(x) = Q(x) \quad \longrightarrow \quad y(x) = Ce^{-\int P(x)dx}+e^{-\int P(x)dx}\int e^{\int P(x)dx}Q(x)dx$
- Ecuación homogénea $\longrightarrow y(x) = xv(x)$
- Ecuación de Bernoulli $y'(x) + P(x)y(x) = Q(x)y^{\alpha} \longrightarrow v = y^{1-\alpha}$
- Factores integrantes para $Mdx + Ndy = 0$, $\mu'(x) = \frac{M_y-N_x}{N}\mu(x)$, $\mu'(y) = -\frac{M_y-N_x}{M}\mu(y)$
- Fórmula de Euler $y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$
- Integrales del tipo
$$I_{m,n} = \int \operatorname{sen}^m x \cos^n x\, dx,$$
donde m, n son números naturales.
  1. Si $m = 2k + 1$ es un número impar positivo se calcula
  $$I_{m,n} = -\int (1-\cos^2 x)^k \cos^n x\, d(\cos x).$$
  2. Cuando m y n son números pares positivos se utilizan las equivalencias trigonométricas
  $$\operatorname{sen}^2 x = \frac{1}{2}(1-\cos 2x), \quad \cos^2 x = \frac{1}{2}(1+\cos 2x), \qquad \operatorname{sen} x \cos x = \frac{1}{2}\operatorname{sen} 2x.$$
- Integrales del tipo
$$\int \operatorname{sen} mx \cos nx\, dx, \qquad \int \operatorname{sen} mx \operatorname{sen} nx\, dx, \qquad \int \cos mx \cos nx\, dx.$$
En estos casos se utilizan las fórmulas
  1. $\operatorname{sen} mx \cos nx = \frac{1}{2}[\operatorname{sen}(m+n)x + \operatorname{sen}(m-n)x]$
  2. $\operatorname{sen} mx \operatorname{sen} nx = \frac{1}{2}[\cos(m-n)x - \operatorname{sen}(m+n)x]$
  3. $\cos mx \cos nx = \frac{1}{2}[\cos(m-n)x + \operatorname{sen}(m+n)x]$
- Algunas integrales definidas útiles
  1. $\displaystyle \frac{2}{L}\int_0^L x \operatorname{sen}\left(\frac{k\pi x}{L}\right) dx = \frac{(-1)^{k+1}2L}{k\pi}$
  2. $\displaystyle \frac{2}{L}\int_0^L x \cos\left(\frac{k\pi x}{L}\right) dx = \frac{((-1)^k-1)2L}{k^2\pi^2}$
  3. $\displaystyle \frac{2}{L}\int_0^L x^2 \operatorname{sen}\left(\frac{k\pi x}{L}\right) dx = -\frac{2\,L^2\,(2+2\,(-1)^{(1+k)}+k^2\,\pi^2\,(-1)^k)}{k^3\,\pi^3}$
  4. $\displaystyle \frac{2}{L}\int_0^L x^2 \cos\left(\frac{k\pi x}{L}\right) dx = \frac{4\,L^2\,(-1)^k}{k^2\,\pi^2}$

- Autovalores y Autofunciones según condiciones de contorno.
  1. Condiciones de contorno Dirichlet: $x \in [a,b]$, $L = b - a$
  $$\lambda_k = -\omega_k^2 = -\pi^2 k^2/L^2, \qquad X_k(x) \equiv S_k(x) = \operatorname{sen}\big(k\pi(x-a)/L\big).$$
  2. Condiciones de contorno Neumann: $x \in [a,b]$, $L = b - a$
  $$\lambda_k = -\omega_k^2 = -\pi^2 k^2/L^2, \qquad X_k(x) \equiv C_k(x) = \cos\big(k\pi(x-a)/L\big).$$
  3. Condiciones periódicas: $x \in [a,b]$, $L = b - a$
  $$\lambda_k = -\omega_k^2 = -4\pi^2 k^2/L^2,$$
  $S_{2k}(x) = \operatorname{sen}\big(2k\pi(x-a)/L\big)$, $C_{2k}(x) = \cos\big(2k\pi(x-a)/L\big)$.
- Sistemas completos de autofunciones para $x \in [a,b]$, $L = b - a$.
  1. $S_k(x) = \operatorname{sen}\big(k\pi(x-a)/L\big)$.
  2. $C_k(x) = \cos\big(k\pi(x-a)/L\big)$.
  3. $S_{2k}(x) = \operatorname{sen}\big(2k\pi(x-a)/L\big)$, $C_{2k}(x) = \cos\big(2k\pi(x-a)/L\big)$.
- Coeficientes de Fourier de f en $[a,b]$ en un sistema ortogonal $\{X_n(x)\}$ del tipo de los anteriores (c_0 sólo si ha lugar).
  $$c_0 = \frac{1}{L}\int_a^b f(x)\,dx, \qquad c_n = \frac{2}{L}\int_a^b f(x)X_n(x)\,dx.$$
- Solución de D´Alembert para el problema $u_t = c^2 u_{xx}$, $u(x,0) = u_0(x)$, $u_t(x,0) = v_0(x)$
  $$u(x,t) = \frac{u_0(x+ct) + u_0(x-ct)}{2} + \frac{1}{2c}\int_{x-ct}^{x+ct} v_0(\sigma)\,d\sigma.$$