



## Guía docente de la asignatura

<b>Asignatura</b>	ÁLGEBRA LINEAL		
<b>Materia</b>	MATEMÁTICAS		
<b>Módulo</b>	MATERIAS INSTRUMENTALES		
<b>Titulación</b>	GRADO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS DE TELECOMUNICACIÓN GRADO EN INGENIERÍA TELEMÁTICA GRADO EN INGENIERÍA DE TECNOLOGÍAS DE TELECOMUNICACIÓN GRADO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS ELECTRÓNICOS		
<b>Plan</b>	416 (I.S.T.) 417 (I.T.) 460 (I.T.T.) 483 (I.S.E.)	<b>Código</b>	40860 (I.S.T.) 40920 (I.T.) 45000 (I.T.T.) 46535 (I.S.E.)
<b>Periodo de impartición</b>	1 <sup>er</sup> . CUATRIMESTRE	<b>Tipo/Carácter</b>	FORMACIÓN BÁSICA
<b>Nivel/Ciclo</b>	GRADO	<b>Curso</b>	1º
<b>Créditos ECTS</b>	6 ECTS		
<b>Lengua en que se imparte</b>	CASTELLANO		
<b>Profesor/es responsable/s</b>	ÁNGEL DURÁN MARTÍN CÉSAR GUTIÉRREZ VAQUERO MARÍA FELISA PÉREZ MARTÍNEZ ARACELI SUÁREZ BARRIO		
<b>Datos de contacto (E-mail, teléfono...)</b>	TELÉFONOS: 98342300 ext. 5670/ ext. 5706/ ext. 3729/ ext. 3730 E-MAIL: <a href="mailto:angel@mac.uva.es">angel@mac.uva.es</a> ; <a href="mailto:cesargv@mat.uva.es">cesargv@mat.uva.es</a> ; <a href="mailto:marisap@mat.uva.es">marisap@mat.uva.es</a> ; <a href="mailto:araceli@mat.uva.es">araceli@mat.uva.es</a> ;		
<b>Horario de tutorías</b>	Véase <a href="http://www.uva.es">www.uva.es</a> → Centros → Campus de Valladolid → Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación → Tutorías		
<b>Departamento</b>	MATEMÁTICA APLICADA		

## 1. Situación / Sentido de la Asignatura

---

### 1.1 Contextualización

---

La Telecomunicación es un área de la Ciencia y la Ingeniería que se ha desarrollado rápidamente durante los últimos años. Este rápido desarrollo está soportado en parte por el estudio de los modelos matemáticos en los que se basa, a lo que se une la cada vez mayor capacidad de los ordenadores para la simulación.

La Telecomunicación consiste en enviar información de un sitio a otro. Esto incluye muchas variantes, para las que es necesario optimizar los modelos de tratamiento de señales. Cualquiera que sea el tipo de señal, son necesarias herramientas matemáticas no sólo para su descripción, sino también para ese tratamiento. En términos generales, el procesado de sistemas puede consistir de muchas operaciones: conversores de señales analógicas a digitales o al revés, moduladores, codificadores, filtrados, etc. Para el estudio de cada uno de estos procesos se precisan las Matemáticas, en especial el Álgebra Lineal. Algunos sencillos ejemplos son los siguientes:

1. Algunas señales eléctricas pueden describirse a partir de un sistema lineal de ecuaciones.
2. La digitalización de señales y su tratamiento requiere de técnicas matriciales y en general de Álgebra Lineal. Por ejemplo, la representación digital de una imagen se realiza a través de una matriz, al igual que su manipulación con filtros; su recuperación efectiva puede tratarse con métodos como la descomposición en valores singulares, etc.
3. La codificación de un mensaje a través de un código lineal está basada en la teoría de espacios vectoriales.
4. La transformación de una señal discreta a través de un sistema lineal de filtrado puede representarse por medio de una ecuación en diferencias.
5. El diseño de filtros digitales (para señales deterministas o aleatorias) y las técnicas de estimación espectral de señales aleatorias, utiliza herramientas como mínimos cuadrados, descomposición en valores singulares, cálculo de autovalores o formas cuadráticas.
6. A veces, la regla que rige la salida de una señal a través de un sistema es una ecuación diferencial ordinaria, como en el caso de algunas señales eléctricas, sistemas mecánicos, etc.

Así pues, cada una de las etapas del procesado de información en las telecomunicaciones precisa para su optimización una continua mejora en el modelo matemático, lo que significa que un ingeniero de Telecomunicación debe estar familiarizado con los diversos conceptos matemáticos de la asignatura.

### 1.2 Relación con otras materias

---

La ubicación de esta materia en el primer curso es necesaria para la adquisición de las competencias específicas básicas relacionadas con los métodos matemáticos comunes a todas las disciplinas científico-técnicas, y de uso y aplicación frecuente en gran parte del resto de materias.

### 1.3 Prerrequisitos

---

No se establece ninguno, aunque se recomienda seguir la temporalidad establecida para las asignaturas.



## 2. Competencias

### 2.1 Generales

- GB1. Capacidad de razonamiento, análisis y síntesis.
- GB2. Capacidad para relacionar conceptos y adquirir una visión integrada, evitando enfoques fragmentarios.
- GB4. Capacidad para trabajar en grupo, participando de forma activa, colaborando con sus compañeros y trabajando de forma orientada al resultado conjunto, y en un entorno multilingüe.
- GB5. Conocimiento de materias básicas, científicas y tecnologías, que le capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y tecnologías.
- GBE2. Capacidad para aplicar métodos analíticos y numéricos para el análisis de problemas en el ámbito de las Telecomunicaciones y de la Electrónica.
- GBE3. Capacidad para resolver problemas con iniciativa, creatividad y razonamiento crítico.
- GE3. Capacidad para desarrollar metodologías y destrezas de aprendizaje autónomo eficiente para la adaptación y actualización de nuevos conocimientos y avances científicos.
- GC1. Capacidad de organización, planificación y gestión del tiempo.
- GC2. Capacidad para comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas relacionadas con las telecomunicaciones y la electrónica.
- GC3. Capacidad para trabajar en cualquier contexto, individual o en grupo, de aprendizaje o profesional, local o internacional, desde el respeto a los derechos fundamentales, de igualdad de sexo, raza o religión y los principios de accesibilidad universal, así como la cultura de paz.

### 2.2 Específicas

- B1 Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.
- T3 Capacidad para utilizar herramientas informáticas de búsqueda de recursos bibliográficos o de información relacionada con las telecomunicaciones y la electrónica.



### 3. Objetivos

Al finalizar la asignatura el alumno deberá ser capaz de:

- Asimilar y manejar los conceptos básicos del Álgebra Lineal.
- Utilizar distintos métodos para resolver numéricamente problemas elementales de álgebra lineal.
- Conocer los métodos analíticos elementales de resolución de ecuaciones diferenciales.
- Comprender y reconocer las limitaciones de los métodos analíticos y la necesidad de utilizar métodos numéricos.
- Plantear y resolver los problemas propios de esta asignatura.
- Relacionar los contenidos de la asignatura con otras disciplinas de las Telecomunicaciones y la Electrónica.
- Adquirir el hábito de la consulta bibliográfica y el contraste con las ideas y resultados expuestos en las lecciones magistrales.
- Formular e interpretar modelos matemáticos sencillos relacionados con las Telecomunicaciones y la Electrónica.





#### 4. Tabla de dedicación del estudiante a la asignatura

ACTIVIDADES PRESENCIALES	HORAS	ACTIVIDADES NO PRESENCIALES	HORAS
Clases teórico-prácticas (T/M)	28	Estudio y trabajo autónomo individual	70
Clases prácticas de aula (A)	20	Estudio y trabajo autónomo grupal	20
Laboratorios (L)	0		
Prácticas externas, clínicas o de campo	0		
Seminarios (S)	10		
Tutorías grupales (TG)	0		
Evaluación (fuera del periodo oficial de exámenes)	2		
<b>Total presencial</b>	<b>60</b>	<b>Total no presencial</b>	<b>90</b>







## 5. Bloques temáticos

### Bloque 1: Álgebra lineal básica

Carga de trabajo en créditos ECTS: 2.7

#### a. Contextualización y justificación

Este bloque consta de cuatro lecciones y analiza temas fundamentales de álgebra lineal, necesarios para la formación científica de un ingeniero. Tras la descripción, en una lección preliminar, de diversas herramientas matemáticas que se utilizarán a lo largo de la asignatura, se abordan a continuación los contenidos del bloque. La estructura de los mismos responde al planteamiento de problemas matemáticos específicos cuya aparición, más o menos explícita, en diferentes asignaturas de la carrera, tendrá que ser afrontada por el alumno. Los problemas estudiados en este bloque son: la resolución de sistemas lineales de ecuaciones y el análisis de problemas de ajuste.

El análisis de cada problema incluye una presentación detallada de su cuerpo teórico, una parte práctica para adquirir destreza en la aplicación de los resultados teóricos y, por último, una exploración de la vertiente computacional del problema.

#### b. Objetivos de aprendizaje

Al finalizar este bloque temático, el alumno deberá ser capaz de:

- Entender y manejar los conceptos básicos de cada una de las lecciones.
- Aplicar los resultados teóricos de cada lección a los ejercicios correspondientes.
- Utilizar distintos métodos para resolver numéricamente un sistema lineal de ecuaciones, así como distintos problemas de ajuste.
- Comprender y reconocer las limitaciones de los métodos analíticos y la necesidad de utilizar métodos numéricos en los diferentes problemas que plantea el bloque.
- Entender los modelos sencillos planteados en las lecciones, reconocer su aplicación en otras disciplinas de la carrera y saber utilizarlos en ese contexto.

#### c. Contenidos

##### TEMA 1: Preliminares

- 1.1 Objetivos
- 1.2 Nociones básicas de números complejos
- 1.3 Polinomios. Algoritmo de Horner
- 1.4 Combinatoria elemental
- 1.5 Resumen

##### TEMA 2: Eliminación gaussiana. Matrices y determinantes

- 2.1 Objetivos. Ejemplos introductorios
- 2.2 Álgebra de matrices



- 2.3 Resolución de sistemas lineales de ecuaciones por eliminación gaussiana
- 2.4 Interpretación matricial de la eliminación gaussiana. Algoritmo
- 2.5 Matriz inversa. Método de Gauss-Jordan
- 2.6 Determinantes
- 2.7 Resumen

### **TEMA 3: Espacios vectoriales y aplicaciones lineales**

- 3.1 Objetivos. Ejemplos introductorios
- 3.2 Teoría elemental de los espacios vectoriales
- 3.3 Subespacios fundamentales de una matriz
- 3.4 Aplicaciones lineales. Propiedades y representación matricial.
- 3.5 Resumen

### **TEMA 4: Espacios euclídeos y problemas de ajuste.**

- 4.1 Objetivos. Ejemplos introductorios
- 4.2 Producto escalar. Formas bilineales y cuadráticas
- 4.3 Sistemas ortogonales. Método de Gram-Schmidt
- 4.4 Proyección ortogonal sobre un subespacio
- 4.5 Problemas de ajuste: sistemas sobredeterminados y aproximaciones funcionales. Implementación numérica
- Resumen

#### **d. Métodos docentes**

---

- Clase magistral participativa
- Resolución de ejercicios y problemas

#### **e. Plan de trabajo**

---

Véase el Anexo I.

#### **f. Evaluación**

---

La evaluación de la adquisición de competencias y sistema de calificaciones se basará en los siguientes tipos de pruebas:

- Prueba escrita.
- Pruebas prácticas computacionales.
- Evaluación continua a través de diferentes pruebas escritas, propuestas a lo largo del curso.

(Véase tabla resumen).

#### **g. Bibliografía básica**

---

- J. de Burgos, *Álgebra Lineal*, Mc Graw-Hill, 1997.
- D. C. Lay, *Álgebra Lineal y sus aplicaciones*, 3ª ed. Prentice-Hall, 2007.



- B. Noble, J. W. Daniel, *Álgebra Lineal Aplicada*, Prentice-Hall, 1989.
- J. Rojo, *Álgebra Lineal* (2ª ed.), Mc Graw-Hill, 2007.
- G. Strang, *Álgebra Lineal y sus aplicaciones*, Addison-Wesley, 2003.

#### **h. Bibliografía complementaria**

- H. Antón, *Introducción al Álgebra Lineal*, Limusa, 1999.
- J. Arvesú, R. Álvarez, F. Marcellán, *Álgebra Lineal y sus aplicaciones*, Síntesis, 1999.
- J. Arvesú, R. Álvarez, F. Marcellán, *Problemas resueltos de Álgebra Lineal*, Síntesis, 2005.
- G. I. Grossman, *Álgebra Lineal*, Mc Graw-Hill, 1997.
- F. Gustafsson, N. Bergman, *MATLAB for Engineers Explained*, Springer, 2003.
- S. Lang, *Introducción al Álgebra Lineal*, Addison-Wesley, 1990.
- C. Meyer, *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*, SIAM, 2000.
- C. Moler, *Numerical Computing with MATLAB*, SIAM, 2008.
- P. J. Olver, C. Shakiban, *Applied Linear Algebra*, Prentice-Hall, 2006.
- J. R. Torregrosa, C. Jordán, *Álgebra Lineal y sus aplicaciones*, McGraw-Hill, 1993.

#### **i. Recursos necesarios**

Serán necesarios los siguientes recursos, todos ellos facilitados por la UVa o el profesor:

- Documentación de apoyo, tanto para los aspectos teóricos como los computacionales de la asignatura.

### **Bloque 2: Ecuaciones en diferencias y ecuaciones diferenciales lineales**

Carga de trabajo en créditos ECTS:

#### **a. Contextualización y justificación**

El segundo bloque consta de cuatro lecciones. Su contenido completa la relación de problemas matemáticos abordada por la asignatura, necesarios para la formación del alumno y su utilización en otras disciplinas (véase el apartado de contextualización del bloque 1). En este caso, los problemas planteados son: el estudio de recurrencias vectoriales, que incluye el análisis de ecuaciones en diferencias lineales, y la resolución de ecuaciones diferenciales lineales y de coeficientes constantes.

El análisis de cada problema incluye una presentación detallada de su cuerpo teórico, una parte práctica para adquirir destreza en la aplicación de los resultados teóricos y, por último, una exploración de la vertiente computacional del problema.

#### **b. Objetivos de aprendizaje**

Al finalizar este bloque temático, el alumno deberá ser capaz de:

- Manejar los conceptos básicos de cada una de las lecciones.
- Aplicar los resultados teóricos de cada lección a los ejercicios correspondientes.





- Saber utilizar los métodos analíticos elementales de resolución de recurrencias vectoriales y de ecuaciones diferenciales explicados en clase.
- Comprender y reconocer las limitaciones de los métodos analíticos y la necesidad de utilizar métodos numéricos para el cálculo de autovalores y para el estudio de una ecuación diferencial.
- Entender los modelos sencillos planteados en las lecciones, reconocer su aplicación en otras disciplinas de la carrera y saber utilizarlos en ese contexto.

### c. Contenidos

---

#### **TEMA 5: Reducción de matrices. Caso diagonalizable**

- 5.1 Objetivos
- 5.2 Semejanza de matrices
- 5.3 Autovalores y autovectores. Polinomio característico
- 5.4 Diagonalización de matrices. Diagonalización ortogonal
- 5.5 Signatura de una forma cuadrática
- 5.6 Resumen

#### **TEMA 6: Reducción de matrices. Caso no diagonalizable y aplicaciones**

- 6.1 Objetivos
- 6.2 Autoespacios generalizados
- 6.3 Teorema de descomposición primaria
- 6.4 Recurrencias vectoriales. Procesos de Markov
- 6.5 Ecuaciones en diferencias
- 6.6 Aproximación numérica de autovalores
- 6.7 Resumen

#### **TEMA 7: Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes**

- 7.1 Objetivos
- 7.2 La ecuación lineal de primer orden
- 7.3 Sistemas lineales homogéneos
- 7.4 Sistemas lineales no homogéneos
- 7.5 Métodos numéricos para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias
- 7.6 Resumen

#### **TEMA 8: Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior**

- 8.1 Objetivos
- 8.2 Teoría básica. Representación de soluciones
- 8.3 Cálculo efectivo de soluciones. Caso homogéneo.
- 8.4 Respuesta natural. Movimiento armónico simple y amortiguado.
- 8.5 Cálculo efectivo de soluciones. Caso no homogéneo.
- 8.6 Resumen

### d. Métodos docentes

---

- Clase magistral participativa



- Resolución de problemas

#### **e. Plan de trabajo**

---

Véase el Anexo I.

#### **f. Evaluación**

---

La evaluación de la adquisición de competencias y sistema de calificaciones se basará en los siguientes tipos de pruebas:

- Prueba escrita.
- Pruebas prácticas computacionales.
- Evaluación continua a través de diferentes pruebas escritas, propuestas a lo largo del curso.

(Véase tabla resumen).

#### **g. Bibliografía básica**

---

- C. H. Edwards, D. E. Penney, *Ecuaciones diferenciales lineales con aplicaciones*, Prentice-Hall, 1986.
- C. Fernández, F. J. Vázquez, J. M. Vegas, *Ecuaciones diferenciales y en diferencias. Sistemas dinámicos*, Thompson Paraninfo, 2005.
- W. Kaplan, *Ordinary Differential Equations*, Addison-Wesley, 1961.
- R. K. Nagle, E. B. Saff, *Fundamentals of Differential equations*, 5<sup>th</sup> ed., Addison-Wesley, 2004.

#### **h. Bibliografía complementaria**

---

- S. Novo, R. Obaya, J. Rojo, *Ecuaciones y sistemas diferenciales*, Mc Graw-Hill, 1995.
- F. Marcellán, L. Casasús, A. Zarzo, *Ecuaciones diferenciales, problemas lineales y aplicaciones*, Mc Graw-Hill, 1991.
- C. Moler, *Numerical Computing with MATLAB*, SIAM, 2008.
- P. J. Olver, C. Shakiban, *Applied Linear Algebra*, Prentice-Hall, 2006.
- C. Pita, *Ecuaciones diferenciales. Una introducción con aplicaciones*, Limusa, 1992.
- S. L. Ross, *Introduction to ordinary Differential Equations*, J. Wiley and Sons, 1989.
- G. F. Simmons, *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones y notas históricas*, Mc Graw-Hill, 1993.
- M. Tenenbaum, H. Pollard, *Ordinary Differential Equations*, Harper & Row, 1963.

#### **i. Recursos necesarios**

---

Serán necesarios los siguientes recursos, todos ellos facilitados por la UVa o el profesor:

- Documentación de apoyo, tanto para los aspectos teóricos como los computacionales de la asignatura.

**6. Temporalización (por bloques temáticos)**

BLOQUE TEMÁTICO	CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO
Bloque 1: Álgebra lineal básica	2.7 ECTS	Semanas 1 a 7 (26 sep. – 11 nov.)
Bloque 2: Ecuaciones en diferencias y ecuaciones diferenciales lineales	3.3 ECTS	Semanas 8 a 15 (14 nov. – 20 ene.)

**7. Sistema de calificaciones – Tabla resumen**

INSTRUMENTO/PROCEDIMIENTO	PESO EN LA NOTA FINAL	OBSERVACIONES
Evaluación continua a través de diferentes pruebas escritas, propuestas a lo largo del curso	20%	Se realizarán pruebas para evaluar el aprovechamiento del alumno
Pruebas prácticas computacionales	15%	
Examen final escrito	65%	Se requiere una nota mínima del 40% del valor del examen escrito

**8. Consideraciones finales**

- El Anexo I mencionado en la guía, donde se describe la planificación detallada, se entregará al comienzo de la asignatura.